

**Melanie Engel**

**Weiterentwicklung eines mechanischen Modells zur  
Beschreibung Regen-Wind induzierter Schwingungen :  
Zwischenbericht März 2007**

URL: <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00020797>

*HINWEIS:*

Dieser elektronische Text wird hier nicht in der offiziellen Form wiedergegeben, in der er in der Originalversion erschienen ist. Es gibt keine inhaltlichen Unterschiede zwischen den beiden Erscheinungsformen des Aufsatzes; es kann aber Unterschiede in den Zeilen- und Seitenumbrüchen geben.

# **WEITERENTWICKLUNG EINES MECHANISCHEN MODELLS ZUR BESCHREIBUNG REGEN-WIND INDUZIERTER SCHWINGUNGEN**

- Zwischenbericht März 2007 -

Stipendiat:	Dipl.-Ing. Melanie Engel	Institut für Statik
Betreuer :	Prof. Dr.-Ing. D. Dinkler	Institut für Statik
	Prof. Dr.-Ing. A. Kölke	Institut für Statik
Beginn der Arbeit:	01.01.2006	

Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick über den derzeitigen Stand des vom Graduiertenkolleg "Wechselwirkung von Struktur und Fluid" der TU Braunschweig geförderten Forschungsvorhabens zum Thema "Regen-Wind induzierte Seilschwingungen".

## **1 Problemstellung und Zielsetzung**

Regen-Wind induzierte Schwingungen können bei gleichzeitiger Einwirkung von Regen und Wind an Kabeln und Hängern auftreten. Gefährdet sind vor allem Schrägseilbrücken und abgehängte Bogenbrücken, ebenso abgespannte Maste, Freileitungen und Hängebrücken.

Es können Schwingungen mit großen Amplituden entstehen, welche die Lebensdauer und die Gebrauchstauglichkeit der Bauwerke beeinträchtigen. Aus Beobachtungen und Messungen geht hervor, dass die Schwingungsamplituden infolge Regen-Wind induzierter Seilschwingungen erheblich größer sind als die winderregter Schwingungsmechanismen. Eventuell erforderliche Sperrungen betroffener Brücken führen zu einer starken Beeinträchtigung des Verkehrs. Ziel des Forschungsvorhabens ist die Erweiterung des von C. Seidel [14, 16] entwickelten mechanischen Querschnittsmodells auf reale räumliche Seilkonfigurationen, um Amplituden, Frequenzen und Schwingungsformen beliebiger Seilkonstruktionen bereits in der Entwurfsphase vorhersagen zu können. Darüber hinaus soll untersucht werden, wie die Einsetzgeschwindigkeiten und die Schwingungsmoden mit Hilfe von passiven oder aktiven Dämpferelementen an der Aufhängung beeinflusst werden können.

## 2 Erregungsmechanismus

In der Literatur werden verschiedene Ursachen für das Auftreten von Regen-Wind induzierten Seilschwingungen diskutiert. So werden zum Beispiel Wirbelablösung, konventionelles Galloping, Nachlaufgalloping und Zwei-Freiheitsgrad-Galloping von C. Seidel in [14] diskutiert und als Ursachen ausgeschlossen. Er setzt einen Selbsterregungsmechanismus voraus, der auf dem Prinzip des Prandtlschen Stolperdrahtes basiert. Bei einer Kugel bewirkt ein in der kritischen Lage des Umschlagpunktes befestigter Drahtreiß einen Umschlag von unter- zu überkritischer Strömung. Dies erfolgt bei einer wesentlich kleineren Reynoldszahl als bei einer ungestörten Kugel. Aufgrund der dadurch veränderten Druckverteilung kommt es zu einer Reduzierung des Strömungswiderstandes der Kugel und einer Schwingungsanregung in Strömungsrichtung.

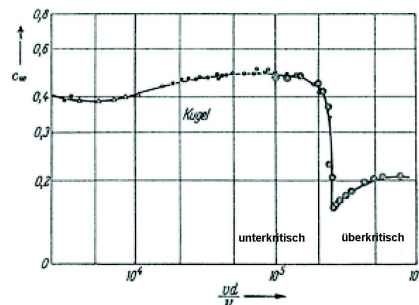


Abbildung 1: Strömungswiderstandskoeffizient als Funktion der Reynoldszahl [11]

Das Phänomen des Prandtlschen Stolperdrahtes lässt sich nicht nur an Kugeln, sondern auch an Zylindern beobachten. Im Gegensatz zur festen Störung des Prandtlschen Stolperdrahtes liegen bei Regen-Wind induzierten Schwingungen bewegliche Störungen in Form von Rinnsalen vor. Zwischen der Bewegung der Kabel und der der Rinnsale besteht eine Interaktion. Die Rinnsale oszillieren um den Ablösepunkt und bewirken einen regelmäßigen Strömungsumschlag zwischen unter- und überkritischer Umströmung, wodurch eine Schwingung des Seilquerschnitts induziert werden kann.

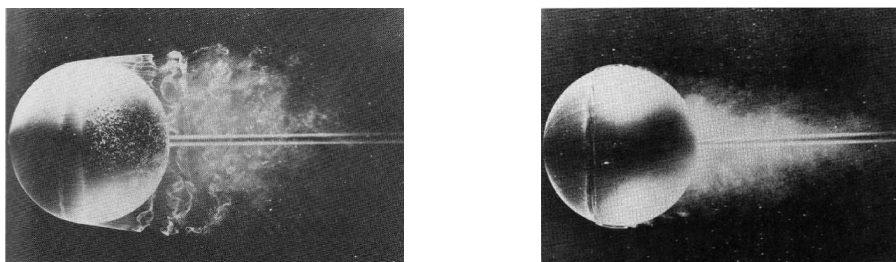
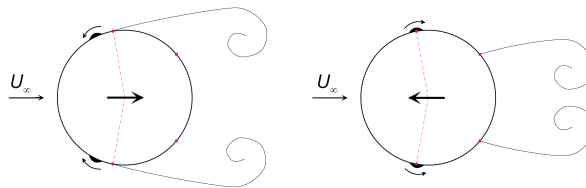


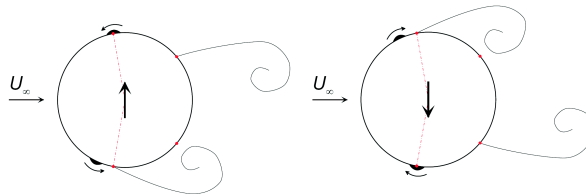
Abbildung 2: Kugelumströmung a) ohne b) mit Prandtlischem Stolperdraht [11]

Die Schwingungsrichtung des Seiles hängt von der Position der Rinnsale ab. In Abbildung 2 sind drei mögliche Fälle dargestellt. Im ersten Fall oszillieren beide Rinnsale gleichsinnig um die Umschlagpunkte. Es entsteht ein symmetrischer Nachlauf, der eine Anregung parallel zur Anströmungsrichtung bewirkt. Im zweiten Fall bildet sich ein unsymmetrischer Nachlauf aus, da sich das eine Rinnsal im Bereich des Umschlagpunktes befindet und eine Strömungsablösung am Ablösepunkt der überkritischen Strömung bewirkt, während das andere Rinnsal vor dem Umschlagpunkt liegt, wodurch dort die Strömung am Ablösepunkt der unterkritischen Strömung ablöst. Es entsteht eine dominierende Seilschwingung senkrecht zur Anströmungsrichtung. Ist nur ein Rinnsal im Bereich des Umschlagpunktes vorhanden, erfolgt eine Anregung in Längs- und in Querrichtung.

(1) Längsschwingungen



(2) Querschwingungen



(3) Längs- u. Querschwingungen

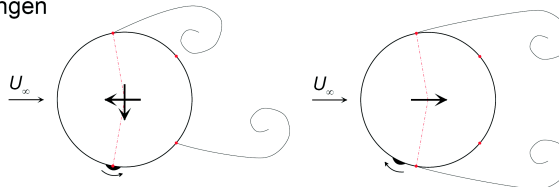


Abbildung 3: Schwingungsformen [14]

Der klassische Stolperdrahteffekt für Reynoldszahlen kleiner als  $1,45 \cdot 10^5$  bewirkt einen Umschlag von der unter- zur überkritischen Umströmung. Für Reynoldszahlen zwischen  $1,45 \cdot 10^5$  und  $2,0 \cdot 10^5$  kann jedoch ebenfalls ein Stolperdrahteffekt auftreten, der einen Umschlag von der kritischen zur überkritischen Strömung hervorruft. Es sind somit auch Regen-Wind induzierte Schwingungen im höheren Windgeschwindigkeitsbereich möglich.

Beim Übergang von den Schwingungen des niedrigen Windgeschwindigkeitsbereiches zu denen des höheren Geschwindigkeitsbereiches tritt im Allgemeinen ein Wechsel der Schwingungsform von Längs- zu Querschwingungen oder umgekehrt auf [15]. Die anfängliche Schwingungsform beim Einsetzen der Regen-Wind induzierten Schwingungen ist nicht vor-

herzusagen, sondern hängt vom Zeitpunkt des Eintreffens der Rinnsale im Umschlagpunkt ab. Sie ist im Allgemeinen stabil und wird beibehalten. Erst wenn sich die Strömungscharakteristik ändert, kann ein Schwingungsformwechsel eintreten. Dies ist zum Beispiel beim Wechsel von der unterkritischen zur kritischen Umströmung der Fall. Der Erregungsmechanismus bricht zusammen und es besteht die Möglichkeit zur Ausbildung einer neuen Schwingungsform. Der Schwingungsformwechsel wurde von C. Verwiebe [18] in Experimenten beobachtet.

### 3 Mechanisches Modell und Bewegungsgleichungen

Für die vorliegende Phänomenologie entwickelt C. Seidel [14, 16] ein zweidimensionales mechanisches Modell, dem die Annahme zu Grunde liegt, dass es sich bei den Kabeln um unendlich lange Zylinder handelt. Aus dem Gleichgewicht am Seilquerschnitt in horizontaler und vertikaler Richtung und an den beiden Rinnsalen in Tangential- und Normalrichtung folgen sechs nichtlineare, gekoppelte Bewegungsgleichungen.

Das in dieser Arbeit beschriebene dreidimensionale mechanische Modell basiert auf der von C. Seidel vorgestellten Phänomenologie und dem daraus entwickelten Modell. Es besitzt fünf Freiheitsgrade (Abbildung 4): drei translatorische Freiheitsgrade des Kabels ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) sowie zwei rotatorische zur Beschreibung der Rinnsalbewegung auf der Seiloberfläche ( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ).

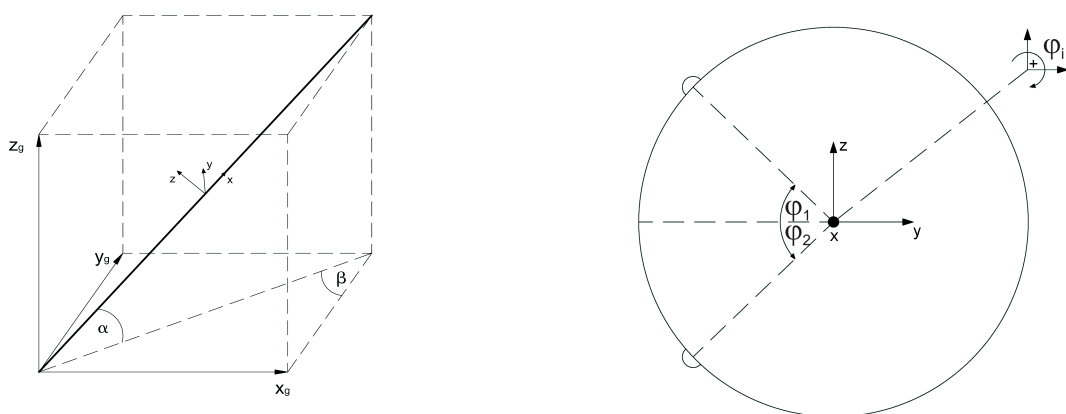


Abbildung 4: Dreidimensionales Modell - Freiheitsgrade

Die am Seil und an den Rinnsalen angreifenden Kräfte werden in Abbildung 5 verdeutlicht. Es wirken zum einen Trägheits-, Feder- und Dämpferkräfte und zum anderen das Eigengewicht.

Darüber hinaus existieren Reaktionskräfte zwischen dem Seil und den Rinnsalen in normaler und tangentialer Richtung ( $N_{Zi}$ ,  $T_{Zi}$ ) und die Windkräfte auf das Kabel ( $F_{wy}$ ,  $F_{wz}$ ) bzw. auf die Rinnsale ( $F_{wNi}$ ,  $F_{wTi}$ ).

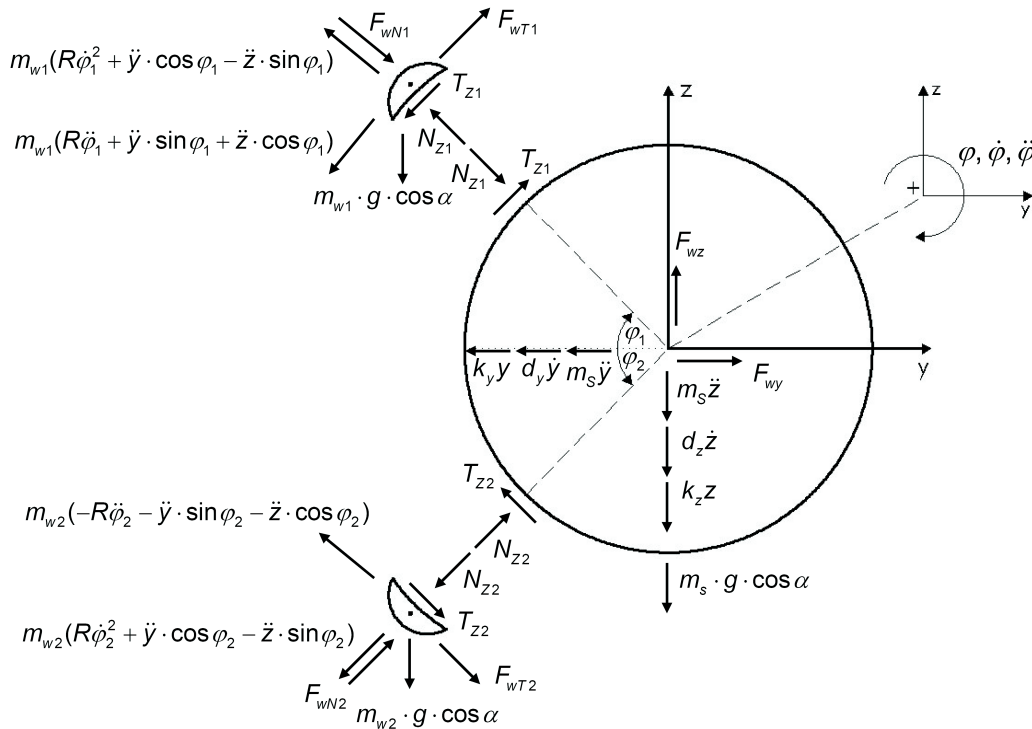


Abbildung 5: Krafteinwirkungen am Seilquerschnitt

Aus dem Kräftegleichgewicht am Seil in x-, y- und z-Richtung und an den beiden Rinnsalen in Tangentialrichtung folgen fünf nichtlineare, gekoppelte Bewegungsgleichungen.

$$\Sigma X: \quad m_s \cdot \ddot{x} = -d_x \cdot \dot{x} - k_x \cdot x - (m_s + m_{w1} + m_{w2}) \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y: \quad (m_s + m_{w1} + m_{w2}) \cdot \ddot{y} &= -d_y \cdot \dot{y} - k_y \cdot y + F_{wy} \\ &+ m_{w1} \cdot R \cdot \sin \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + m_{w1} \cdot R \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot \cos \varphi_1 \\ &+ m_{w2} \cdot R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + m_{w2} \cdot R \cdot \dot{\varphi}_2^2 \cdot \cos \varphi_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Z: \quad (m_s + m_{w1} + m_{w2}) \cdot \ddot{z} &= -d_z \cdot \dot{z} - k_z \cdot z + F_{wz} \\ &+ m_{w1} \cdot R \cdot \cos \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 - m_{w1} \cdot R \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot \sin \varphi_1 \\ &+ m_{w2} \cdot R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - m_{w2} \cdot R \cdot \dot{\varphi}_2^2 \cdot \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M_1 : \quad m_{w1} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \ddot{y} &= -m_{w1} \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 + F_{wT1} - T_{Z1} \\
&+ m_{w1} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \ddot{z} \\
&+ m_{w1} \cdot R \cdot \ddot{\varphi}_1
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M_2 : \quad m_{w2} \cdot \sin \varphi_2 \cdot \ddot{y} &= -m_{w2} \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi_2 + F_{wT2} - T_{Z2} \\
&+ m_{w2} \cdot \cos \varphi_2 \cdot \ddot{z} \\
&+ m_{w2} \cdot R \cdot \ddot{\varphi}_2
\end{aligned} \tag{5}$$

Im Gegensatz zu den Gleichungen von C. Seidel werden hier die Reaktionskräfte zwischen dem Kabel und den Rinnsalen senkrecht zur Kabeloberfläche ( $N_{Zi}$ ) nicht als Pseudovariablen mitgeführt, da ihre Berechnung bei Bedarf im Nachlauf erfolgen kann. Dieses Vorgehen verringert die Berechnungszeit und beugt möglichen numerischen Problemen, die aus der unterschiedlichen Größenordnung der Unbekannten entstehen können, vor.

Die Reaktionskräfte  $N_{Zi}$  werden herangezogen, um zu überprüfen, ob ein Rinnsal auf der Kabeloberfläche verbleibt oder durch Überschreitung der Oberflächenspannung  $\sigma_0$  abgeschlagen wird. Sie werden aus dem Gleichgewicht am Tropfen in normaler Richtung ermittelt.

$$N_{Zi} = -m_{wi} \cdot (R \cdot \dot{\varphi}_i^2 + \ddot{y} \cdot \cos \varphi_i - \ddot{z} \cdot \sin \varphi_i) + F_{wNi} \tag{6}$$

Die Haftbedingung lautet:

$$\sigma_0 \cdot \underbrace{2 \cdot L_{Rinnsal}}_{\approx U_{Rinnsal}} \cdot \sin \alpha + N_{Zi} \geq 0. \tag{7}$$

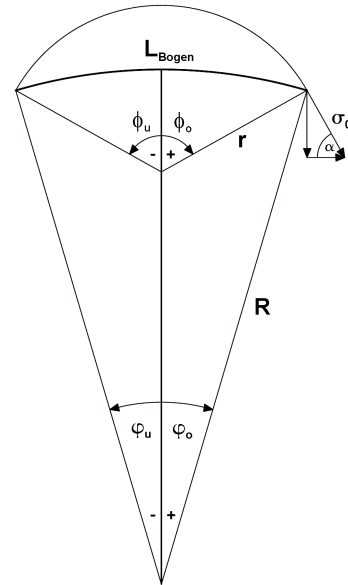


Abbildung 6: Winkeldefinitionen

### 3.1 Reibungskräfte zwischen Rinnsal und Seil ( $T_{Zi}$ )

Die Rinnsale bewegen sich nicht direkt auf der Kabeloberfläche, sondern gleiten auf einem Wasserfilm, der sich auf der Seiloberfläche ausbildet. Dieses wurde auch von N. Cosentino [6] in Experimenten beobachtet.

Die Situation im Wasserfilm ist mit der Couette-Strömung [12] vergleichbar, bei der eine Strömung in einem Spalt zwischen zwei Platten durch deren Relativbewegung  $v_{rel}$  erzeugt wird.

Im Fall einer reinen Couette-Strömung ohne Druckgradient liegt eine konstante Schubspannungsverteilung vor, was durch Anwendung des Impulssatzes auf ein Kontrollvolumen gezeigt werden kann.

Mit der Annahme eines Newtonschen Fluids

$$\tau = \mu_w \cdot \frac{du}{dy} \quad (8)$$

mit der dynamischen Viskosität  $\mu_w$  und den Randbedingungen  $u(y=0) = 0$  und  $u(y=h) = v_{rel}$  ergeben sich durch Integration die lineare Geschwindigkeitsverteilung

$$u(y) = v_{rel} \cdot \frac{y}{h} \quad (9)$$

und daraus die Schubspannungsverteilung  $\tau_0$  über die Wasserfilmhöhe

$$\tau_0 = \mu_w \cdot \frac{v_{rel}}{h} = \mu_w \cdot \frac{R \cdot \phi_i}{h}. \quad (10)$$

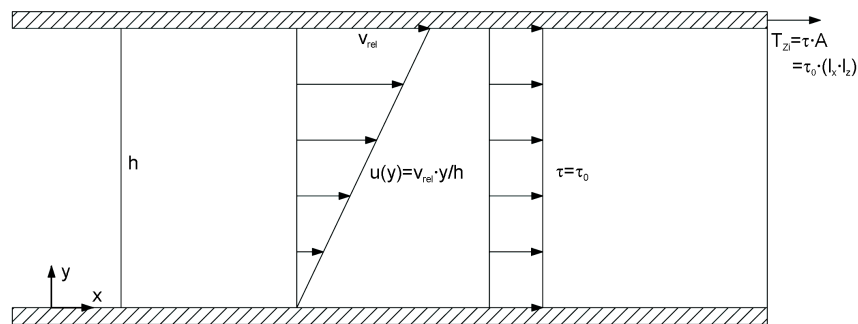


Abbildung 7: Laminare Couette-Strömung

Die auf das Rinnsal wirkende Reibungskraft berechnet sich damit im Gegensatz zu [14, 16] wie folgt:

$$T_{Zi} = A \cdot \tau_0 = (L_{Rinnsal} \cdot L_{Bogen}) \cdot \mu_w \cdot \frac{R \cdot \phi_i}{h}. \quad (11)$$

In der Arbeit von N. Cosentino [6] sind von ihm gemessene Zeitverläufe der Wasserfilmhöhe dargestellt. Daraus ergibt sich eine mittlere Höhe  $h$  für den Gleitfilm von ungefähr 0,2 mm.

### 3.2 Auf das Seil wirkende aerodynamische Kräfte ( $F_{wy}$ , $F_{wz}$ )

Abbildung 8 zeigt die räumliche Darstellung eines Kabels, das mit der ungestörten Windgeschwindigkeit  $U_\infty$  angeströmt wird. Die Neigungswinkel  $\alpha$  und der Anstellwinkel  $\beta$  definieren die Anströmungsrichtung. Aus der in Abbildung 9 dargestellten Zerlegung des Windvektors in



parallel und senkrecht zur Kabelachse wirkende Komponenten ergibt sich die effektive Windgeschwindigkeit  $U$ . Diese greift unter dem räumlichen Anströmwinkel  $\beta_0$  am Seilquerschnitt an. Die Komponente der Windgeschwindigkeit in Richtung der Seillängsachse ist vernachlässigbar, da eine Krafteinleitung nur über Reibung erfolgt und die Größe der daraus resultierenden Kraft im Vergleich zur Vorspannkraft des Kabels sehr gering ist.

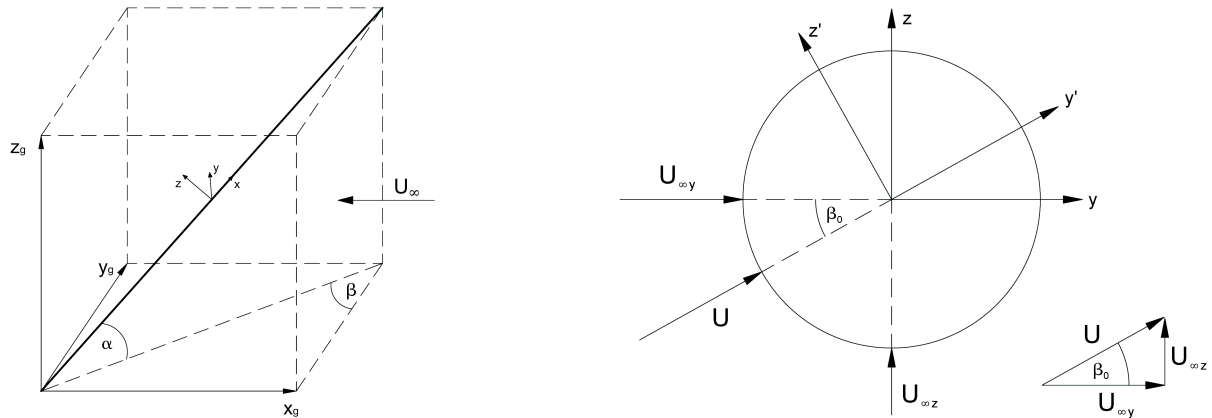


Abbildung 8: Definition der Winkel und der Koordinatensysteme

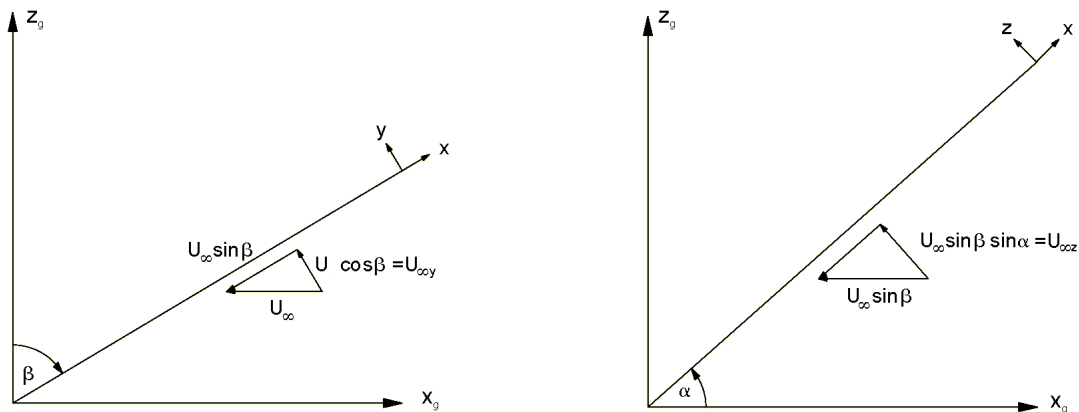


Abbildung 9: Zerlegung des Windvektors: a) Draufsicht b) Ansicht

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \arctan\left(\frac{U_{\infty,z}}{U_{\infty,y}}\right) \\ &= \arctan(\tan \beta \cdot \sin \alpha)\end{aligned}\quad (12)$$

$$\begin{aligned}U &= \sqrt{U_{\infty,z}^2 + U_{\infty,y}^2} \\ &= \sqrt{\cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}\end{aligned}\quad (13)$$

Aufgrund der Bewegung des Seiles mit den Geschwindigkeiten  $\dot{y}'$  und  $\dot{z}'$  ändert sich die Anströmung des Querschnittes. Er wird mit der relativen Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$  unter dem Winkel  $\beta_r$  angeströmt (Abbildung 10).

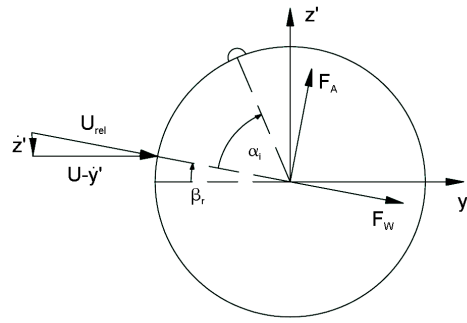


Abbildung 10: Relative Anströmgeschwindigkeit und relativer Anströmwinkel

$$\beta_r = \arctan\left(\frac{\dot{z}'}{U - \dot{y}'}\right) \quad (14)$$

$$U_{rel}^2 = (U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2 \quad (15)$$

Die Auftriebs- und die Widerstandskraft auf das Kabel lassen sich unter Annahme der quasi-stationären Theorie [17] wie folgt berechnen.

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot A \cdot \left[ (U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2 \right] \cdot [c_{A1} (\varphi_1 + \beta_0 - \beta_r) + c_{A2} (\varphi_2 + \beta_0 - \beta_r)] \quad (16)$$

$$F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot A \cdot \left[ (U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2 \right] \cdot [c_{W1} (\varphi_1 + \beta_0 - \beta_r) + c_{W2} (\varphi_2 + \beta_0 - \beta_r)] \quad (17)$$

Darin stellt  $\rho_L$  die Dichte der Luft dar. Im Gegensatz zu [14, 16] wird hier die effektive Windgeschwindigkeit  $U$  an Stelle der ungestörten Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  verwendet.

Die aerodynamischen Beiwerte  $c_{Ai}$  und  $c_{Wi}$  ergeben sich aus der Integration der jeweiligen Druckverteilung. Sie hängen von der aktuellen Position der Rinnsale ab.

$$c_{Ai} = \int_{0^\circ}^{180^\circ} c_p(\varphi_i) \cdot \sin \varphi_i \, d\varphi \quad (18)$$

$$c_{Wi} = \int_{0^\circ}^{180^\circ} c_p(\varphi_i) \cdot \cos \varphi_i \, d\varphi$$

Anschließend ist eine Transformation der aerodynamischen Kräfte in das y-z-Koordinatensystem durchzuführen (Abbildung 11), in dem auch die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden.

$$F_y = F_W \cdot \cos(\beta_0 - \beta_r) - F_A \cdot \sin(\beta_0 - \beta_r) \quad (19)$$

$$F_z = F_W \cdot \sin(\beta_0 - \beta_r) + F_A \cdot \cos(\beta_0 - \beta_r) \quad (20)$$

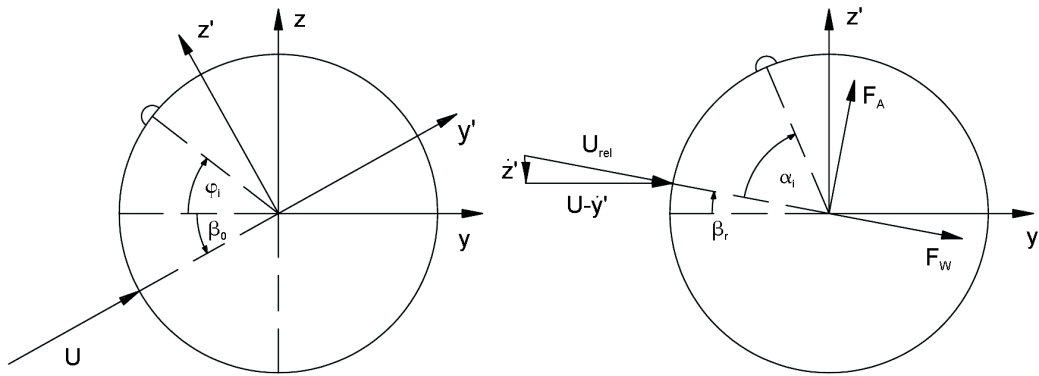


Abbildung 11: Transformation der Windkräfte

### 3.3 Auf die Rinnsale wirkende aerodynamische Kräfte ( $F_{wTi}$ , $F_{wNi}$ )

Die auf die Rinnsale wirkenden Windkräfte setzen sich aus einem Winddruckanteil ( $F_{cp}$ ) und einem Reibungsanteil Luft-Rinnsal ( $F_{SK}$ ) zusammen.

#### 3.3.1 Staudruckanteil $F_{cp}$

Der Winddruckanteil wird in Anlehnung an die Gleichungen von C. Seidel berechnet, jedoch wird, wie auch bei der Ermittlung der auf das Kabel wirkenden Windkräfte, die effektive Windgeschwindigkeit  $U$  verwendet. Darüber hinaus wird zur Bestimmung des  $c_p$ -Wertes der Winkel  $\varepsilon$  an Stelle des Winkels  $\phi$  herangezogen.

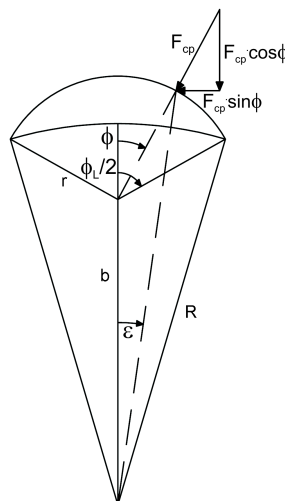


Abbildung 12: Definition der Rinnsalwinkel

$$F_{cpTi} = -\frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot [(U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2] \cdot \int_{\phi_u}^{\phi_o} c_p(\varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \varepsilon) \cdot \sin \phi \cdot r \, d\phi \quad (21)$$

$$F_{cpNi} = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot [(U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2] \cdot \int_{\phi_u}^{\phi_o} c_p(\varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \varepsilon) \cdot \cos \phi \cdot r \, d\phi \quad (22)$$

$$\varepsilon = \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \phi) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2 \cdot r \cdot b \cdot \cos(180^\circ - \phi)}} \right) \quad (23)$$

Aufgrund der komplexen Struktur des Integranden ist eine analytische Auswertung des Integrals nicht mehr möglich. Es wird daher eine numerische Integration nach Gauss mit vier Stützstellen durchgeführt. Um diese auszuführen, wird zunächst eine Koordinatentransformation vorgenommen.  $\phi_L$  stellt dabei den Öffnungswinkel des Tropfens dar. Für ein Rinnsal mit konstantem Radius gilt:

$$F_{cp,Ti} = -\frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot r \cdot [(U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2] \cdot \int_{-1}^{+1} c_p \left( \varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \xi \cdot \frac{\phi_L}{2}) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2 \cdot r \cdot b \cdot \cos(180^\circ - \xi \cdot \frac{\phi_L}{2})}} \right) \right) \cdot \sin(\frac{\phi_L}{2} \xi) \cdot \frac{\phi_L}{2} \, d\xi$$

$$\begin{aligned} F_{cp,Ti} &\approx \sum f(\xi_{GP}) \cdot w_i \\ &\approx -\frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot r \cdot [(U - \dot{y}')^2 + \dot{z}'^2] \cdot \\ &\quad \left[ c_p \left( \varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \xi_1 \frac{\phi_L}{2}) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cdot \cos(180^\circ - \xi_1 \frac{\phi_L}{2})}} \right) \right) \cdot \sin(\xi_1 \frac{\phi_L}{2}) \cdot \frac{\phi_L}{2} \cdot w_1 \right. \\ &\quad c_p \left( \varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \xi_2 \frac{\phi_L}{2}) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cdot \cos(180^\circ - \xi_2 \frac{\phi_L}{2})}} \right) \right) \cdot \sin(\xi_2 \frac{\phi_L}{2}) \cdot \frac{\phi_L}{2} \cdot w_2 \\ &\quad c_p \left( \varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \xi_3 \frac{\phi_L}{2}) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cdot \cos(180^\circ - \xi_3 \frac{\phi_L}{2})}} \right) \right) \cdot \sin(\xi_3 \frac{\phi_L}{2}) \cdot \frac{\phi_L}{2} \cdot w_3 \\ &\quad \left. c_p \left( \varphi_i + \beta_0 - \beta_r + \arcsin \left( \frac{\sin(180^\circ - \xi_4 \frac{\phi_L}{2}) \cdot r}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cdot \cos(180^\circ - \xi_4 \frac{\phi_L}{2})}} \right) \right) \cdot \sin(\xi_4 \frac{\phi_L}{2}) \cdot \frac{\phi_L}{2} \cdot w_4 \right] \end{aligned}$$

Die Stützstellen  $\xi_i$  und die zugehörigen Wichtungsfaktoren  $w_i$  lauten:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0.339981043585 & w_1 &= 0.652145154863 \\ \xi_2 &= -0.339981043585 & w_2 &= 0.652145154863 \\ \xi_3 &= 0.861136311594 & w_3 &= 0.347854845137 \\ \xi_4 &= -0.861136311594 & w_4 &= 0.347854845137 \end{aligned}$$

### 3.3.2 Scherkraftanteil $F_{SK_T}$

Von H. Blasius [3] wurde ein Berechnungsverfahren für allgemeine Grenzschichten mit beliebiger Geschwindigkeitsverteilung entwickelt, das auf einer Reihenentwicklung der Lösung in Potenzen von  $x$  basiert. Eine ausführliche Darstellung des Vorgehens ist in [13, 12] zu finden. Dabei werden aus einer gegebenen Geschwindigkeitsverteilung der Außenströmung eines symmetrisch umströmten Körpers

$$U(x) = u_1x + u_3x^3 + u_5x^5 + \dots \quad (24)$$

die Wandschubspannungen bis zum Ablösepunkt der Strömung berechnet.

$$\begin{aligned} \tau_w(x) = \rho_L u_1 \sqrt{\nu u_1} \left[ x \cdot 1,2326 + 4x^3 \frac{u_3}{u_1} 0,7244 \right. \\ \left. + 6x^5 \left( \frac{u_5}{u_1} 0,6374 + \frac{u_3^2}{u_1^2} 0,1192 \right) \right. \\ \left. + 8x^7 \left( \frac{u_7}{u_1} 0,5792 + \frac{u_3 u_5}{u_1^2} 0,1829 + \frac{u_3^2}{u_1^3} 0,0076 \right) + \dots \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Darin entspricht  $x$  der entlang des Zylinderumfangs gemessenen Laufkoordinate beginnend am Staupunkt.

$$x = \alpha_i \cdot R = \left( \varphi_i + \beta_0 - \arctan \left( \frac{\dot{z}'}{U - \dot{y}'} \right) \right) \cdot R \quad (26)$$

H. L. Evans [7] gibt folgende experimentell ermittelte Geschwindigkeitsverteilungen für die unterkritische Kreiszyylinder-Strömung an:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0 \cdot \left( 3,64 \cdot \frac{x}{D} - 3,20 \cdot \frac{x^3}{D^3} \right) \\ &= \underbrace{3,64 \frac{U_0}{D}}_{u_1} \cdot x - \underbrace{3,20 \frac{U_0}{D^3}}_{u_3} \cdot x^3 \end{aligned} \quad (27)$$

Diese weicht aufgrund des Verdrängungseffektes von der Geschwindigkeitsverteilung nach Potentialtheorie ab.

Die auf das Rinnsal wirkende Scherkraft ergibt sich zu:

$$F_{SK_T} = \tau_w(x) \cdot (L_{\text{Rinnsal}} \cdot L_{\text{Bogen}}) \quad (28)$$

Für die überkritische Zylinderumströmung wird die von Achenbach [1] gemessene Schubspannungsverteilung verwendet.

## 4 Numerische Umsetzung

### 4.1 Räumliche Diskretisierung des Seiles mit Hilfe der Finite Elemente Methode

Ein Seil ist ein Tragwerk, das nur Spannungen in Richtung seiner Längsachse aufnehmen kann. Es ist aufgrund der fehlenden Biegesteifigkeit in unverformter Lage kinematisch und kann erst im verformten Zustand Lasten in Querrichtung aufnehmen. Seilkonstruktionen sind geometrisch nichtlinear, da die aktuellen Seilkräfte von den Knotenverschiebungen abhängen und die aktuellen Knotenverschiebungen auch die Richtungen der Seilkräfte festlegen.

Die räumliche Diskretisierung des Kabels erfolgt mit Hilfe eines Zwei-Knoten-Stabelementes, mit dem auch große Verschiebungen abgebildet werden können, wie sie bei Seilen auftreten. Eine ausführliche Herleitung der Tangentensteifigkeitsmatrix  $K_T$  unter Verwendung der Total Lagrangeschen Formulierung ist in [2] zu finden. Zusätzlich wird die Annahme kleiner Verzerrungen getroffen.

Die Steifigkeitsmatrix  $K_T$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen.  $K_E$  stellt die elastische Steifigkeit und  $K_G$  die geometrische Steifigkeit infolge der vorhandenen Zugkraft im Element dar.  $L_{(t)}$  und  $S_{(t)}$  entsprechen der aktuellen Elementlänge bzw. -kraft (inklusive Vorspannung).

$$\begin{aligned}
 K_{T(t-1)}^{(t)} &= K_{E(t-1)}^{(t)} + K_{G(t-1)}^{(t)} \\
 &= \frac{EA}{L_{(t)}^3} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \cdot \Delta x & \Delta x \cdot \Delta y & \Delta x \cdot \Delta z & -\Delta x \cdot \Delta x & -\Delta x \cdot \Delta y & -\Delta x \cdot \Delta z \\ \Delta y \cdot \Delta x & \Delta y \cdot \Delta y & \Delta y \cdot \Delta z & -\Delta y \cdot \Delta x & -\Delta y \cdot \Delta y & -\Delta y \cdot \Delta z \\ \Delta z \cdot \Delta x & \Delta z \cdot \Delta y & \Delta z \cdot \Delta z & -\Delta z \cdot \Delta x & -\Delta z \cdot \Delta y & -\Delta z \cdot \Delta z \\ -\Delta x \cdot \Delta x & -\Delta x \cdot \Delta y & -\Delta x \cdot \Delta z & \Delta x \cdot \Delta x & \Delta x \cdot \Delta y & \Delta x \cdot \Delta z \\ -\Delta y \cdot \Delta x & -\Delta y \cdot \Delta y & -\Delta y \cdot \Delta z & \Delta y \cdot \Delta x & \Delta y \cdot \Delta y & \Delta y \cdot \Delta z \\ -\Delta z \cdot \Delta x & -\Delta z \cdot \Delta y & -\Delta z \cdot \Delta z & \Delta z \cdot \Delta x & \Delta z \cdot \Delta y & \Delta z \cdot \Delta z \end{bmatrix} \\
 &\quad + \frac{S_{(t)}}{L_{(t)}^3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{29}$$

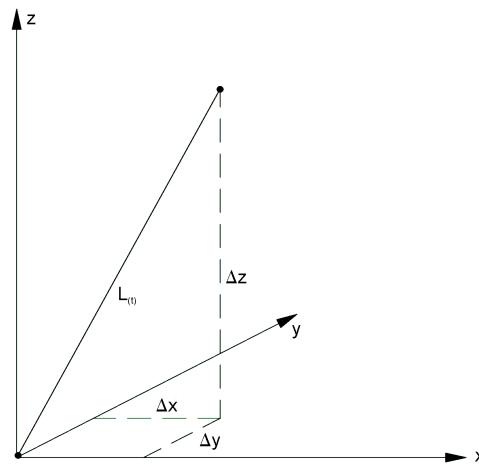


Abbildung 13: Seilelement

## 4.2 Inkrementell iterativer Lösungsalgorithmus

Für die Lösung der Gleichungen im Zeitbereich wird das Newmark-Verfahren mit den Parametern  $\beta = \frac{1}{4}$  und  $\gamma = \frac{1}{2}$  verwendet, da dieses Verfahren zumindest für lineare Systeme uneingeschränkt stabil ist. Das Vorgehen wird z. B. in [10] ausführlich erläutert.

Bei den in Kapitel 3 vorgestellten Bewegungsgleichungen handelt es sich um eine nichtlineare Problemstellung. Daher werden die nichtlinearen Terme zunächst mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung linearisiert. Die auf diese Weise linearisierten Ausdrücke enthalten zum einen konstante Anteile, die nur von den Werten des vorangegangenen Zeitschrittes abhängen. Diese Anteile gehen in die Lastseite der Gleichung ein. Zum anderen entstehen aber auch Anteile, die zusätzlich die inkrementellen Zuwächse der Unbekannten enthalten. Letztere können der tangentialen Massen-, Dämpfungs- bzw. Steifigkeitsmatrix zugeordnet werden.

$$\begin{aligned}
 F &\approx c_0 && \longrightarrow \underline{P} \\
 + c_1 \cdot \Delta x + c_2 \cdot \Delta y + c_3 \cdot \Delta z + c_4 \cdot \Delta \phi_1 + c_5 \cdot \Delta \phi_2 &&& \longrightarrow \underline{K}_T \\
 + c_6 \cdot \Delta \dot{x} + c_7 \cdot \Delta \dot{y} + c_8 \cdot \Delta \dot{z} + c_9 \cdot \Delta \dot{\phi}_1 + c_{10} \cdot \Delta \dot{\phi}_2 &&& \longrightarrow \underline{D}_T \\
 + c_{11} \cdot \Delta \ddot{x} + c_{12} \cdot \Delta \ddot{y} + c_{13} \cdot \Delta \ddot{z} + c_{14} \cdot \Delta \ddot{\phi}_1 + c_{15} \cdot \Delta \ddot{\phi}_2 &&& \longrightarrow \underline{M}_T \\
 (c_i = \text{const}) &&& 
 \end{aligned}$$

Ausgehend von dem bekannten dynamischen Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt (t-1) wird im Inkrementenschritt eine erste Abschätzung der unbekannten Zustandsgrößen zum Zeitpunkt

(t) vorgenommen.

$$\begin{aligned} \left( \underline{\underline{K}}_{T(t-1)} + a_0 \cdot \underline{\underline{M}}_{T(t-1)} + a_1 \cdot \underline{\underline{D}}_{T(t-1)} \right) \cdot \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^0 = & \underline{\underline{P}}_{(t)} - \underline{\underline{P}}_{(t-1)} \\ & + \underline{\underline{M}}_{T(t-1)} \cdot \left[ a_2 \cdot \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} + (a_3 + 1) \cdot \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} \right] \\ & + \underline{\underline{D}}_{T(t-1)} \cdot \left[ (a_4 + 1) \cdot \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} + a_5 \cdot \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{\underline{X}}_{(t)}^0 &= \underline{\underline{X}}_{(t-1)} + \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^0 \\ \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^0 &= a_0 \cdot \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^0 - a_2 \cdot \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} - a_3 \cdot \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} \\ \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^0 &= \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} + a_6 \cdot \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} + a_7 \cdot \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t-1)} \end{aligned}$$

Die dafür erforderlichen Konstanten berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} & a_1 &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\beta \Delta t} & a_3 &= \frac{1}{2\beta} - 1 \\ a_4 &= \frac{\gamma}{\beta} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \cdot \left[ \frac{\gamma}{\beta} - 2 \right] & a_6 &= \Delta t \cdot [1 - \gamma] & a_7 &= \gamma \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Nach dem Inkrementschritt befindet sich das System aufgrund des Linearisierungsfehlers für gewöhnlich nicht im Gleichgewicht. Daher wird anschließend eine Gleichgewichtsiteration mit dem Newton-Raphson-Verfahren durchgeführt. Dazu erfolgt für jede Iteration  $i$  eine erneute Linearisierung um den aktualisierten Verformungszustand.

$$\underbrace{\left( \underline{\underline{K}}_{T(t)}^{i-1} + a_0 \cdot \underline{\underline{M}}_{T(t)}^{i-1} + a_1 \cdot \underline{\underline{D}}_{T(t)}^{i-1} \right)}_{\tilde{\underline{\underline{K}}}_{(t)}^{i-1}} \cdot \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^i = \underline{\underline{P}}_{(t)} - \tilde{\underline{\underline{K}}}_{(t)}^{i-1} \cdot \underline{\underline{X}}_{(t)}^{i-1} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{\underline{X}}_{(t)}^i &= \underline{\underline{X}}_{(t)}^{i-1} + \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^i \\ \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^i &= \dot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^{i-1} + a_0 \cdot \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^i \\ \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^i &= \ddot{\underline{\underline{X}}}_{(t)}^{i-1} + a_1 \cdot \Delta \underline{\underline{X}}_{(t)}^i \end{aligned}$$



## 5 Gleichgewichtslagen der Rinnsale

Zur Ermittlung der statischen Gleichgewichtslagen der Rinnsale erfolgt eine Gleichgewichtsbeurteilung am Tropfen in tangentialer Richtung, wobei Effekte infolge Seilschwingung unberücksichtigt bleiben.

$$m_{wi} \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi_i + \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot U^2 \cdot \int_{\phi_u}^{\phi_o} c_p(\varphi_i + \beta_0 + \varepsilon) \cdot \sin \phi \cdot r \, d\phi = F_{SK_T} \quad (32)$$

Die sich daraus ergebenden Gleichgewichtslagen für einen symmetrisch angeströmten Seilquerschnitt mit und ohne Berücksichtigung des Scherkraftanteils  $F_{SK_T}$  ( $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $d = 0,10 \text{ m}$ ) sind in den Diagrammen 14 und 15 abgebildet. Der darin verwendete Winkel  $\alpha$  entspricht dem Winkel zwischen dem Staupunkt und dem Rinnsal. Der Scherkraftanteil hat einen großen Einfluss auf die Position der Rinnsale und kann somit nicht vernachlässigt werden.

Bei einer Anströmgeschwindigkeit von  $0 \text{ m/s}$  wirkt lediglich die Gewichtskraft des Tropfens. Die untere Gleichgewichtslage ( $\alpha = 0^\circ$ ) ist daher stabil, die obere ( $\alpha = -180^\circ$ ) instabil. Dies ist solange der Fall, bis die kritische Windgeschwindigkeit erreicht wird. Dann wird die untere Gleichgewichtslage instabil. Das Rinnsal wird nach oben gedrückt und nimmt eine der zwei neu entstehenden, stabilen Gleichgewichtslagen ein.

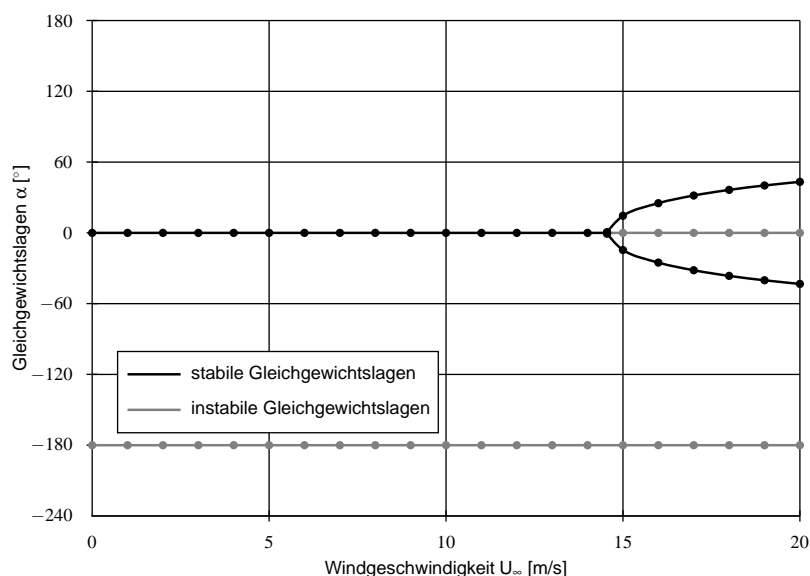


Abbildung 14: Gleichgewichtslagen der Rinnsale - unterkritisch, ohne  $F_{SK_T}$  ( $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $d = 0,10 \text{ m}$ )

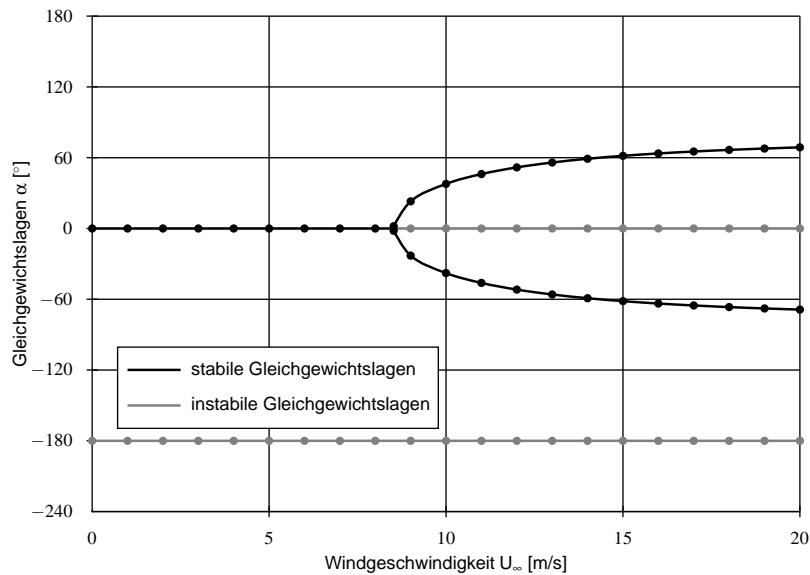


Abbildung 15: Gleichgewichtslagen der Rinnsale - unterkritisch, mit  $F_{SK_T}$  ( $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $d = 0,10$  m)

Die Stabilität der Gleichgewichtslagen kann für Modelle mit nur einer Zustandskomponente direkt aus den  $x$ - $f(x)$ -Diagrammen abgelesen werden. Das Vorgehen soll anhand eines einfachen Beispiels erläutert werden. Die Differentialgleichung I. Ordnung

$$\dot{x} + \underbrace{kx}_{f(x)} = 0 \quad (33)$$

lässt sich mit Hilfe des unten abgebildeten mechanischen Modells veranschaulichen. Die  $x$ - $f(x)$ -Diagramme für  $k > 0$  und  $k < 0$  sind ebenfalls in Abbildung 5 dargestellt.

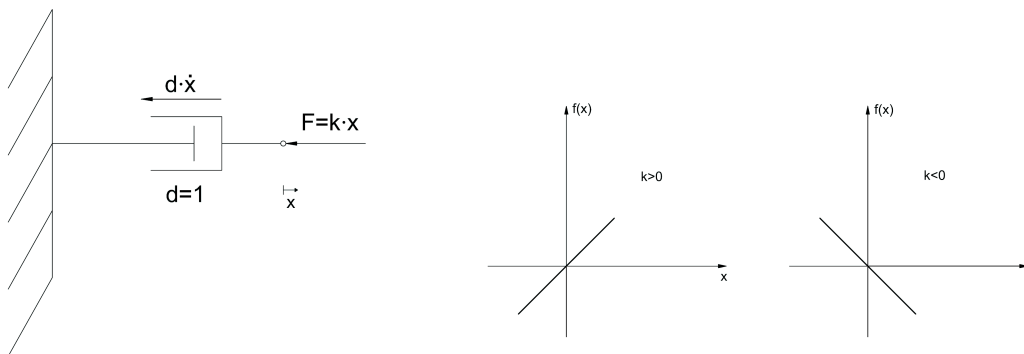


Abbildung 16: Mechanisches Modell zu Gleichung (33)

Weist  $f(x)$  im Bereich der Nullstelle eine positive Steigung auf, wie im Fall von  $k > 0$ , handelt es sich um eine stabile Nullstelle: Wird das System in positive  $x$ -Richtung ausgelenkt ( $x > 0$ ), so ergibt sich eine Bewegung in negative Richtung ( $\dot{x} < 0$ ). Bei einer Auslenkung in negative  $x$ -Richtung ( $x < 0$ ), entsteht eine Bewegung in positive Richtung ( $\dot{x} > 0$ ). Das System strebt demnach der Nulllage zu.

Bei einer Nullstelle mit negativer Steigung von  $f(x)$  ( $k < 0$ ) hingegen handelt es sich um eine instabile Nullstelle, da eine Auslenkung in eine Richtung auch eine Bewegung in die entsprechende Richtung hervorruft und sich das System somit noch weiter von der Nulllage entfernt. Die Stabilität der Gleichgewichtslagen kann ebenso formal über das Vorzeichen des Realteils der Eigenwerte bestimmt werden. Nach Lyapunovs Theorem ist ein System instabil, sobald ein positiver Realteil existiert [4].

Mit dem Ansatz

$$x(t) = \hat{x} \cdot e^{\lambda t}$$

ergibt sich der Eigenwert zu

$$\lambda = -k.$$

Demnach ist das System für  $k > 0$  stabil und für  $k < 0$  instabil.

Geht man von einem sich in Ruhe befindenden Seil aus, lautet die Bewegungsgleichung des Tropfens gemäß Gleichung 4 bzw. 5

$$m_{wi} \cdot R \cdot \ddot{\varphi}_i + (L_{Rinnsal} \cdot L_{Bogen}) \cdot \mu_w \cdot \frac{R \cdot \dot{\varphi}_i}{h} + \underbrace{m_{wi} \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi_i + F_{WT_i}}_{f(\varphi)} = 0 \quad (34)$$

Die  $\varphi$ - $f(\varphi)$ -Verläufe für das oben beschriebene symmetrisch angeströmte Seil sind für zwei verschiedene Werte von  $U_\infty$  in Abbildung 5 dargestellt. Anhand derer können die stabilen und instabilen Gleichgewichtslagen in Diagramm 14 identifiziert werden.

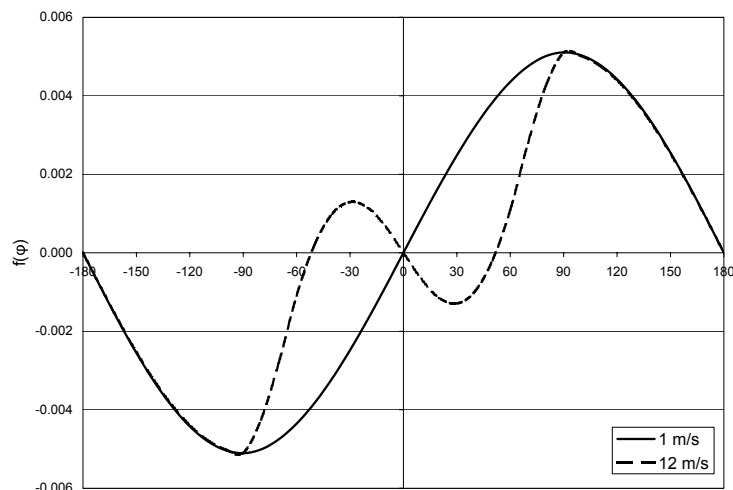


Abbildung 17:  $\varphi$ - $f(\varphi)$ -Diagramm ( $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $d = 0,10$  m)

Die Gleichgewichtslagen für ein unsymmetrisch angeströmtes Seil mit den Eingangswerten  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$  und  $d = 0,14$  m sind in Abbildung 18 dargestellt. Sie ergeben für das untere Rinnsal im überkritischen Bereich keine allzu gute Übereinstimmung mit den von Hikami [9]

gemessenen Werten. Dies ist auf die Unsicherheit der Eingangswerte zurückzuführen. Den Berechnungen liegen Druck- und Schubspannungsverteilungen zugrunde, die an aerodynamisch glatten, senkrechten Zylindern gemessen wurden. Die Oberflächenbeschaffenheit des Kabels hat jedoch einen entscheidenden Einfluss. O. Flamand [8] beobachtete in Experimenten, dass es bei einer sauberen PE-Oberfläche zu keiner Anregung kam, da sich kein oberes Rinnsal ausbildete. Bei einer verschmutzten Kabeloberfläche hingegen traten Schwingungen auf. Wie die Untersuchungen von W. Bursnall und L. Loftin [5] zeigen, wird die Umströmung auch durch die Seilneigung verändert, da im Gegensatz zum senkrechten Zylinder beim geneigten Zylinder eine in Richtung der Kabelachse wirkende Komponente der Windgeschwindigkeit auftritt. Als weitere wichtige Eingangswerte für die statischen Gleichgewichtslagen der Rinnsale sind die Rinnsalabmessungen zu nennen, zu denen in der Literatur sehr widersprüchliche Angaben zu finden sind.

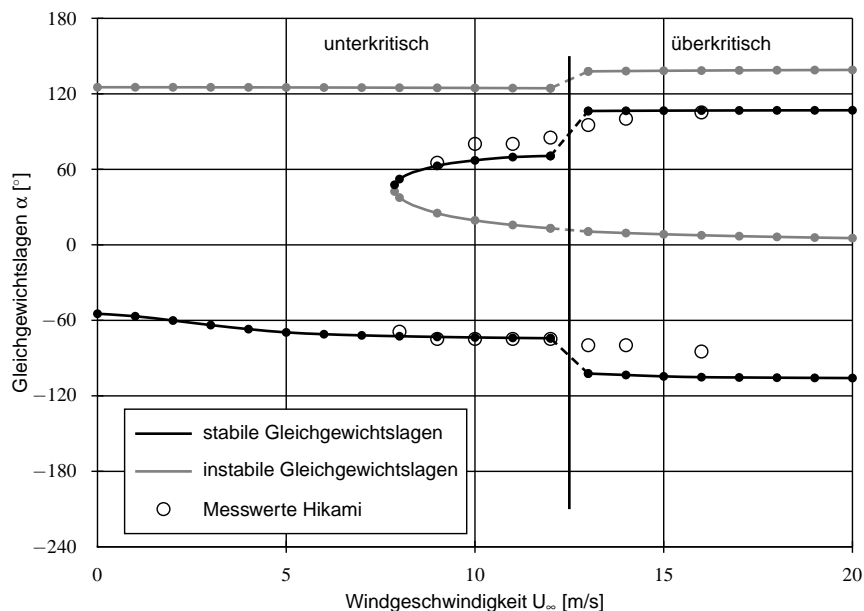


Abbildung 18: Gleichgewichtslagen der Rinnsale ( $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $d = 0,14 \text{ m}$ )

Im vorliegenden Fall werden experimentell ermittelte Gleichgewichtslagen denen des Berechnungsmodells gegenübergestellt, wobei die kritische Windgeschwindigkeit, bei der ein Umschlag von der unterkritischen zur überkritischen Umströmung stattfindet, bekannt ist. Bei der Berechnung ohne Eingangswerte aus vorangegangenen Experimenten besteht die zusätzliche Schwierigkeit, den Umschlagpunkt zu bestimmen. W. Bursnall und L. Loftin [5] beziehen die Reynoldszahl auf die senkrecht zum Querschnitt wirkende Komponente der Windgeschwindigkeit. Sie schlussfolgern jedoch, dass diese nicht ausreichend ist, um die kritischen Bedingungen zu überprüfen. Daher empfiehlt N. Cosentino [6] den Wert  $Re_t$ , der die ungestörte Anströmung auf die Kabelabmessung in Anströmungsrichtung bezieht.

## 6 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Zwischenbericht wurden die überarbeiteten, auf dem mechanischen Modell von C. Seidel [14] basierenden Gleichungen vorgestellt. Zur Überprüfung der auf die Rinnale einwirkenden Kräfte wurden die statischen Gleichgewichtslagen der Rinnale für ein geneigtes Seil ( $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $d=14$  m) berechnet und mit Experimenten von Hikami [9] verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass eine genauere Untersuchung der Eingangswerte erforderlich ist. Daher sollten zunächst die Schub- und Druckspannungsverteilungen sowie die kritischen Reynoldszahlen für einen rauen Zylinder mit verschiedenen Neigungen mit Hilfe von CFD-Berechnungen ermittelt werden, bevor eine genauere Untersuchung der Regen-Wind induzierten Schwingungen eines nichtlinearen Kabels erfolgt.

## Literatur

- [1] ACHENBACH, E. Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to  $Re=5 \times 10^6$ . *Journal of Fluid Mechanics* 34 (1968), 625–639.
- [2] BATHE, K.-J. *Finite-Elemente-Methoden*, 2. Ausg. Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo: Springer, 2002.
- [3] BLASIUS, H. Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. *Z. Math. Physik* 56 (1908), 1–37.
- [4] BRONSTEIN, I. N. & SEMENDJAEV, K. A. *Taschenbuch der Mathematik*, 5. Ausg. Verlag Harri Deutsch, 2000.
- [5] BURSNALL, W. & LOFTIN, L. Experimental Investigation of the Pressure Distribution About a Yawed Circular Cylinder in the Critical Reynolds Number Range. *Natinal Advisory Committee for Aeronautics Technical Note 2463* (1951).
- [6] COSENTINO, N. *Rain-wind induced vibration of cables*. Dissertation, Università degli studi di Bologna, 2002.
- [7] EVANS, H. L. *Laminar Boundary-Layer Theory*. Addison-Wesley Publ. Co., 1968.
- [8] FLAMAND, O. Rain-Wind Induced Vibrations of Cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 57 (1995), 353–362.
- [9] HIKAMI, Y. & SHIRAIISHI, N. Rain-Wind Induced Vibrations of Cables in Cable Stayed Bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 29 (1988), 409–418.

- [10] LANG, C. Beitrag zur Theorie, Numerik und Anwendung nichtlinearer Algorithmen zur statischen und dynamischen Analyse von Stahlbetonrotationsschalen, Juni 2003.
- [11] MEIER, G. E. A. (Hrsg.). *Ludwig Prandtl, ein Führer in der Strömungslehre*. Braunschweig: Vieweg, 2000.
- [12] SCHLICHTING, H. (Hrsg.). *Grenzschicht-Theorie*, 9. Ausg. Braun-Verlag, Karlsruhe, 1997.
- [13] SCHLICHTING, H. & GERSTEN, K. (Hrsg.). *Grenzschicht-Theorie*, 5. Ausg. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1965.
- [14] SEIDEL, C. & DINKLER, D. Phänomenologie und Modellierung Regen-Wind induzierter Schwingungen. *Bauingenieur Bd. 79* (2004), 145–153.
- [15] SEIDEL, C. & DINKLER, D. Schwingungsformwechsel bei Regen-Wind induzierten Schwingungen. *PAMM 4* (2004), 372–373.
- [16] SEIDEL, C. & DINKLER, D. Rain-wind induced vibrations - phenomenology, mechanical modelling and numerical analysis. *Computers & Structures 84* (2006), 1584–1595.
- [17] VAN OUDHEUSDEN, B. W. On the quasi-steady analysis of one-degree-of-freedom galloping with combined translational and rotational effects. *Nonlinear Dynamics 8*, 4 (1995), 435–451.
- [18] VERWIEBE, C. *Erregungsmechanismen von Regen-Wind induzierten Schwingungen, Baukonstruktionen unter Windeinwirkungen (TU Braunschweig 1997)*. Windtechnologische Gesellschaft e.V., Aachen, 1998.